

共形天线阵列流形的建模方法

王布宏¹, 郭 英¹, 王永良², 齐子森¹

(1. 空军工程大学电讯工程学院, 陕西西安 710077; 2. 空军雷达学院兵器运用工程军队重点实验室, 湖北武汉 430019)

摘 要: 共形天线阵列流形的数学建模是共形阵列天线信号处理的前提和基础. 由于载体曲率和单元方向图指向的差异, 在共形天线阵列流形的建模中, 我们遇到的突出难题是如何实现单元极化方向图在阵列全局坐标系中的有效建模. 首先利用三次欧拉旋转变换构造了任意三维几何载体共形天线全局直角坐标系到单元局部直角坐标系旋转变换的统一框架, 并以此为基础, 实现了共形天线全局极坐标系到局部极坐标系的空间旋转变换和单元极化方向图的全局旋转变换. 最后, 通过柱面共形阵列天线固有的遮蔽效应进一步验证了单元方向图旋转变换的正确性.

关键词: 共形天线; 阵列天线; 阵列流形; 欧拉旋转

中图分类号: TN911, TN823 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2009) 03-0481-04

Array Manifold Modeling for Conformal Array Antenna

WANG Bu-hong¹, GUO Ying¹, WANG Yong-liang², QI Zi-sen¹

(1. Telecommunication Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xian, 710077, China;

2. Key Research Lab, Wuhan Radar Academy, Wuhan, 430010, China)

Abstract: Efficient modeling of array manifold is the essential prerequisite for the array signal processing. Due to the variable curvature of the platform and different orientations of elements, the most serious challenge faced in the modeling of array manifold for conformal array antenna is the element polarized pattern modeling in the global referenced coordinates. A uniform frame of the rotation transformation of the global Cartesian coordinates to the element local Cartesian coordinates is first established with the help of the Euler rotation. The rotation transformation of the polar coordinates of the global array to the local elements and the polarized pattern rotation of the local to the global coordinates are realized subsequently. The modeling method proposed is verified with the simulation of inherent shade effect of circular cylinder conformal array antenna.

Key words: conformal antenna; array antenna; array manifold; Euler rotation

1 引言

在未来的星载、机载、舰载和弹载雷达、航天飞行器、临近空间飞行器以及移动通信、声纳等领域,“灵巧蒙皮”的共形阵列天线都将有非常重要而广阔的应用前景^[1]. 导向矢量是对阵列天线空间响应的数学描述. 天线观测参数空间内(包括各种参数域,如方位、俯仰、频率、极化参数等)所有导向矢量组成的集合就构成了阵列天线的阵列流形. 各种阵列信号处理算法(包括高分辨波达方向估计、方向图综合以及空时二维信号处理等)实现的前提正是阵列流形(导向矢量)数学模型的建立.

在平面阵导向矢量的传统建模方法中^[2,3],通常均假设各天线单元具有相同的单元方向图. 但是,在三维共形天线中,由于载体的曲率和单元方向图指向的差

异,即使天线单元的方向图在各自的局部坐标系内可以保持一致,在阵列的全局坐标系内,由于坐标系的旋转关系和极化分量的旋转关系,通常情况下阵列单元的方向图会存在较大的差异. 此外,即使单元的极化纯度很高,由于载体曲率的影响,各个单元的极化方向图经过旋转变换后也会存在很大的差异. 因此,在共形天线导向矢量的建模中需要考虑多极化方向图的建模及其旋转变换. 同时,由于载体对单元的遮蔽效应,对于固定的空间方位,参与辐射/接收的天线单元个数通常会不一样,在导向矢量的建模中,未参与辐射/接收的天线单元的方向图应置零.

由此,在共形天线导向矢量的建模中我们需要考虑的问题有:单元方向图在局部坐标系和全局坐标系之间的旋转变换、单元方向图的极化旋转变换和载体的遮蔽效应. 但是,在目前公开报道的文献中,大多数的共形

收稿日期:2007-10-22;修回日期:2008-05-22

基金项目:国家自然科学基金(No. 60601016);陕西省自然科学基金(No. 2006F14).

天线单元方向图的建模相对理想、简单,没有考虑真实天线单元的方向图,而且通常仅考虑了单元方向图的空间旋转变换,忽略了单元方向图极化分量的旋转变换.值得提出的是,文献[4]中 T. E. Morton 给出了圆锥共形天线阵的方向图的建模和旋转变换方法,但旋转变化方法缺乏通用性,而且可能存在空间角度旋转的模糊性.文献[5]中给出了非平面天线方向图的计算方法,其中包括了单元方向图的旋转变换方法,但未考虑极化基坐标的变换.欧拉旋转变换^[6,7]是共形天线单元方向图旋转变换的有效途径.本文首先利用三次欧拉旋转变换构造了任意三维几何载体共形天线全局直角坐标系到单元局部直角坐标系旋转变换的统一框架,并以此为基础,实现了共形天线全局极坐标系到局部极坐标系的空间旋转变换和单元极化方向图的全局旋转变换.同时,通过共形天线固有的遮蔽效应进一步验证了单元方向图旋转变换的正确性.

2 三维阵列天线的数学模型

对一任意几何结构的 N 元阵列,建立如图 1 所示的坐标系.在阵列远场 (θ_k, ϕ_k) ($k = 1, 2, \dots, M$) 处有 M 个窄带点源以平面波入射(波长为 λ_0),其中 θ_i 为空间信源的俯仰角, ϕ_i 为空间信源的方位角.阵列接收的快拍数据可由(1)式表示为:

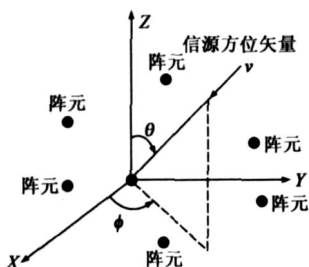


图1 三维阵列坐标系示意图

$$X(t) = A(\theta, \phi) S(t) + N(t) \quad (1)$$

式中 $X(t)$ 为 $N \times 1$ 快拍数据矢量, $S(t)$ 为 $M \times 1$ 入射信号复幅度矢量, $N(t)$ 为 $N \times 1$ 阵列噪声矢量, $A(\theta, \phi)$ 为阵列的流形矩阵:

$$A(\theta, \phi) = [a(\theta_1, \phi_1) \ a(\theta_2, \phi_2) \ \dots a(\theta_M, \phi_M)] \quad (2)$$

其中 $a(\theta_i, \phi_i)$ 为第 i 个信源的导向矢量.它可由式(3)表示为:

$$a(\theta_i, \phi_i) = [g_1(\theta_i, \phi_i) \exp(jk_0 r_{11} \cdot v_i), g_2(\theta_i, \phi_i) \exp(jk_0 r_{12} \cdot v_i), \dots, g_N(\theta_i, \phi_i) \exp(jk_0 r_{1N} \cdot v_i)]^T \quad (3)$$

$$r_i = [x_i, y_i, z_i]^T$$

$$v = [\sin(\theta) \cos(\phi), \sin(\theta) \sin(\phi), \cos(\phi)]^T,$$

$$k_0 = 2\pi/\lambda_0 \quad (4)$$

上式中 $g_i(\theta, \phi)$ 为第 i 个阵元在阵列全局坐标系 (θ, ϕ) 处的单元方向图,“ $\cdot$ ”为矢量点积, r_i 为阵元 i 的坐标矢量, v 为信源空间方位矢量.式(3)给出了阵列天线导向矢量的统一模型.在传统的平面阵列导向矢量

的建模中,通常认为各阵元的极化方向图保持一致,而且交叉极化效应往往可以忽略.因此通常将式(3)中的 $g_i(\theta, \phi)$ 归一化为 1.但是在共形天线中,由于载体曲率和单元方向图指向的差异,我们需要对(3)中的每个阵元的极化方向图 $g_i(\theta, \phi)$ 进行准确的数学建模.通常,阵元方向图 $g_i(\theta, \phi)$ 的定义和设计都是以本地局部坐标系为参考的.因此,在共形天线导向矢量建模中需要解决的一个关键问题就是单元方向图的全局旋转变换 $g_i(\theta, \phi) \Rightarrow g_i(\theta, \varphi)$.

我们定义如下坐标系:阵列全局直角坐标: $[X, Y, Z]$, 阵列全局极坐标 $[r, \theta, \phi]$ 阵元局部直角坐标: $[\tilde{X}, \tilde{Y}, \tilde{Z}]$, 阵元局部极坐标 $[\tilde{r}, \tilde{\theta}, \tilde{\varphi}]$. 若以单元载体切平面为 $\tilde{X} - \tilde{Y}$ 平面,切平面的法线 $\tilde{Z}$ 为轴,建立单元的局部坐标系,则阵列单元方向图可以分解为两个正交的极化向量:

$$g_i(\theta, \varphi) = g_{\theta}(\theta, \varphi) u_{\theta}(\theta, \varphi) + g_{\varphi}(\theta, \varphi) u_{\varphi}(\theta, \varphi) \quad (5)$$

$$u_{\theta}(\theta, \varphi) = \cos\theta \cos\varphi \cdot u_{\tilde{X}} + \cos\theta \sin\varphi \cdot u_{\tilde{Y}} - \sin\theta \cdot u_{\tilde{Z}}$$

$$u_{\varphi}(\theta, \varphi) = -\sin\varphi \cdot u_{\tilde{X}} + \cos\varphi \cdot u_{\tilde{Y}} \quad (6)$$

其中, θ 为单元局部坐标系内单元方向图的俯仰角, φ 为单元局部坐标系内单元方向图的方位角. $g_{\theta}(\theta, \varphi)$ 和 $g_{\varphi}(\theta, \varphi)$ 分别为单元天线方向图的 u_{θ} 和 u_{φ} 分量.可见,在为了完成单元方向图的全局旋转变换 $g(\theta, \varphi) \Rightarrow g_i(\theta, \varphi)$ 时,我们需要完成以下两种变换:

$$(\theta, \phi) \Rightarrow (\tilde{\theta}, \tilde{\varphi}) \quad (\text{极坐标变换})$$

$$[u_{\theta} u_{\varphi}] \Rightarrow [u_{\theta} u_{\varphi}] \quad (\text{方向图正交极化分量的变换})$$

3 共形天线全局直角坐标系到局部直角坐标系的欧拉旋转变换

通常,阵列全局直角坐标系与阵元局部直角坐标系的旋转关系可以通过三次欧拉旋转变换得到,相应的欧拉旋转变换矩阵可以表示为^[6,7]:

$$R(D, E, F) = E(Z'', F) E(Y', E) E(Z, D) = \begin{bmatrix} \cos F & \sin F & 0 \\ -\sin F & \cos F & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos E & 0 & \sin E \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin E & 0 & \cos E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos D & \sin D & 0 \\ -\sin D & \cos D & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin D \sin F + \cos E \cos D \cos F & \cos D \sin F + \cos E \sin D \cos F & -\sin E \cos F \\ -\sin D \cos F - \cos E \cos D \cos F & \cos D \cos F - \cos E \sin D \sin F & \sin E \sin F \\ \sin E \cos D & \sin E \sin D & \cos E \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $E(Z, D)$ 代表第一次以 Z 轴为旋转轴,按右手准则旋转角度 D 的欧拉旋转矩阵, $E(Y', E)$ 代表第二次以 Y 轴为旋转轴,按右手准则旋转角度 E 的欧拉旋转矩阵, $E(Z'', F)$ 代表第三次以 Z' 轴为旋转轴,按右手准则旋转角度 F 的欧拉旋转矩阵.通过合理选择三次旋转的欧拉角 (D, E, F) , $E(Z, D)$, $E(Y', E)$ 和 $E(Z'', F)$ 可以将阵列的全局直角坐标系旋转变换为阵元的局

部直角坐标系. 这种旋转变换适用于任何几何外形的共形阵列, 只是不同几何的共形载体对应不同的欧拉旋转角 (D, E, F) . 对于常用的柱面和锥面共形几何体的欧拉变换角的确定我们举例如下

(1) 圆柱面共形天线

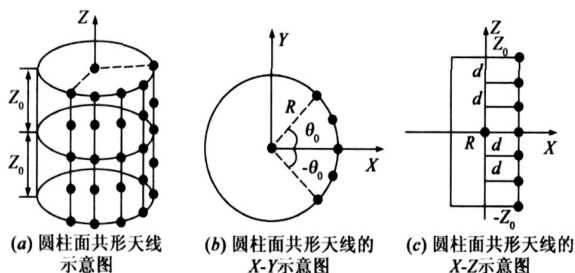


图2 圆柱面共形天线示意图

对于如图2的圆柱面共形天线, 由图示的坐标系, 定义 n 为由下至上的圆环阵的序号, m 为每个圆环阵中逆时针方向的阵元序号. 阵元的坐标可以表示为:

$$\begin{aligned} x_{nm} &= R \cos[(m-1)\beta - \theta_0] \\ &= R \cos[m\beta - (m+1)\beta/2] \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} y_{nm} &= R \sin[(m-1)\beta - \theta_0] \\ &= R \sin[m\beta - (m+1)\beta/2] \end{aligned} \quad (9)$$

$$z_{nm} = (n-1)d - Z_0 = nd - (N+1)d/2 \quad (10)$$

$$\beta = (2\theta_0)/(M-1) \quad d = (2Z_0)/(N-1) \quad (11)$$

对应的欧拉旋转变换角分别为:

$$\begin{cases} D_{nm} = \pi - \theta_0 + (m-1)\beta \\ E_{nm} = -\pi/2 \\ F_{nm} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

(2) 锥面共形天线

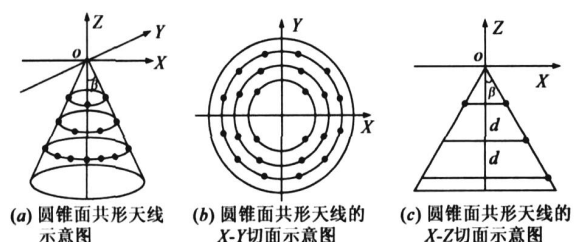


图3 锥面共形天线示意图

对于如图3的锥面共形天线, 由图示的坐标系, 定义 n 为由上至下的圆环阵的序号, 每个圆环阵包含 $4n$ 个阵元, m 为每个圆环阵中逆时针方向的阵元序号 (由 $\pi/4n$ 到 $-\pi/4n$). 阵元的坐标可以表示为:

$$\begin{aligned} x_{nm} &= nd \operatorname{tg} \beta \cos[\pi/4n + \pi(m-1)/2n] \\ &= nd \operatorname{tg} \beta \cos[(m-1/2)\pi/(2n)] \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} y_{nm} &= nd \operatorname{tg} \beta \sin[\pi/4n + \pi(m-1)/2n] \\ &= nd \operatorname{tg} \beta \sin[(m-1/2)\pi/(2n)] \end{aligned} \quad (14)$$

$$z_{nm} = -nd \quad (15)$$

对应的欧拉旋转变换角分别为:

$$\begin{cases} D_{nm} = \pi/4n + \pi(m-1)/2n \\ E_{nm} = \pi/2 - \beta \\ F_{nm} = 0 \end{cases} \quad (16)$$

4 共形天线全局极坐标系到局部极坐标系的欧拉旋转变换

利用直角坐标系与极坐标系的变换关系, 通过第2小节描述得的欧拉旋转变换, 我们可以实现全局极坐标 $[\theta, \phi]$ 到局部极坐标 $[\bar{\theta}, \bar{\phi}]$ 的变换. 注意到, 在全局坐标系内 (θ, ϕ) 处的单位矢量的直角坐标可以表示为:

$$x = \sin\theta \cos\phi, y = \sin\theta \sin\phi, z = \cos\theta \quad (17)$$

首先, 利用上面定义的欧拉旋转变换将其转换至阵元 i 的局部直角坐标系:

$$[\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i]^T = R(D_i, E_i, F_i) [\sin\theta \cos\phi, \sin\theta \sin\phi, \cos\theta]^T \quad (18)$$

$$R(D_i, E_i, F_i) = \begin{bmatrix} -\sin D_i \sin F_i + \cos E_i \cos D_i \cos F_i \cos D_i \sin F_i + \cos E_i \sin D_i \cos F_i - \sin E_i \cos F_i \\ -\sin D_i \cos F_i - \cos E_i \cos D_i \sin F_i \cos D_i \cos F_i - \cos E_i \sin D_i \sin F_i \sin E_i \sin F_i \\ \sin E_i \cos D_i \sin E_i \sin D_i \cos E_i \end{bmatrix} \quad (19)$$

再利用直角坐标系与极坐标系的变换关系, 由旋转所得的单位矢量的直角坐标 $[\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i]$ 得到我们需要的全局极坐标系中方位 (θ, ϕ) 在阵元 i 局部极坐标系中对应的方位 $(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i)$:

$$\bar{\theta}_i = \arccos(\bar{z}_i) \quad \bar{\phi}_i = \arctan(\bar{y}_i/\bar{x}_i) \quad (20)$$

5 利用欧拉旋转变换实现单元极化方向图的全局旋转变换

下面我们利用欧拉旋转变换的逆变换和正交单位矢量组 $[u_\theta u_\phi]$ 与 $[u_{\bar{x}} u_{\bar{y}} u_{\bar{z}}]$ 之间的变换关系式(6)来实现局部极化分量到全局极化分量的变换. 相应的坐标变换顺序和关系可以表示为:

$$[\bar{\theta} \bar{\phi}] \Rightarrow [\bar{x} \bar{y} \bar{z}] \Rightarrow [X Y Z] \Rightarrow [\theta \phi] \quad (21)$$

$$\begin{aligned} g_i(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) &= g_\theta(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) u_\theta(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) + g_\phi(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) u_\phi(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) \\ &= g_{\bar{x}} u_{\bar{x}} + g_{\bar{y}} u_{\bar{y}} + g_{\bar{z}} u_{\bar{z}} \\ &= g_{iX} u_X + g_{iY} u_Y + g_{iZ} u_Z \\ &= g_\theta(\theta, \phi) u_\theta(\theta, \phi) + g_\phi(\theta, \phi) u_\phi(\theta, \phi) \end{aligned} \quad (22)$$

其中

$$g_{\bar{x}} = g_\theta(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) \cos\bar{\theta}_i \cos\bar{\phi}_i - g_\phi(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) \sin\bar{\phi}_i \quad (23)$$

$$g_{\bar{y}} = g_\theta(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) \cos\bar{\theta}_i \sin\bar{\phi}_i + g_\phi(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) \cos\bar{\phi}_i \quad (24)$$

$$g_{\bar{z}} = -g_\theta(\bar{\theta}_i, \bar{\phi}_i) \sin\bar{\theta}_i$$

$$[g_{iX} g_{iY} g_{iZ}]^T = R^{-1}(D_i, E_i, F_i) \cdot [g_{\bar{x}} g_{\bar{y}} g_{\bar{z}}]^T$$

$$= R^T(D_i, E_i, F_i) \cdot [g_{\bar{x}} g_{\bar{y}} g_{\bar{z}}]^T \quad (25)$$

$$g_\theta(\theta, \phi) = -g_{iZ}/\sin\theta = (g_{iX}\cos\phi + g_{iY}\sin\phi)/\cos\theta$$

$$g_\phi(\theta, \phi) = -g_{iX}\sin\phi + g_{iY}\cos\phi \quad (26)$$

通过 2、3 和 4 小节的旋转变换,我们实现了单元极化方向图由局部坐标系到阵列全局坐标系的旋转变换 $g_i(\theta, \varphi) \Rightarrow g_i(\theta, \varphi)$, 利用式(3) 我们便可以建立共形阵列天线导向矢量的数学模型,从而实现了共形天线阵列流形的数学建模.

6 曲率对阵元遮蔽效应的仿真试验

在仿真试验中,我们采用上述图 2 结构的柱面共形天线. 不失一般性,这里使用 $n=1$ 的圆环阵,天线单元采用微带贴片单元,方向图可以表示为^[8]:

当 $0 \leq \theta \leq \pi/2$ 时:

$$g_{\theta}(\theta, \phi) = \{ J_2(\pi d \sin(\theta)/\lambda) - J_0(\pi d \sin(\theta)/\lambda) \} \times (\cos \phi - j \sin \phi) \quad (27)$$

$$g_{\phi}(\theta, \phi) = \{ J_2(\pi d \sin(\theta)/\lambda) - J_0(\pi d \sin(\theta)/\lambda) \} \times \cos \theta (\sin \phi - j \cos \phi) \quad (28)$$

当 $\theta > \pi/2$ 时:

$$g_{\theta}(\theta, \phi) = 0 \quad g_{\phi}(\theta, \phi) = 0 \quad (29)$$

其中 J_0 为零阶第一类贝塞尔函数, J_2 为二阶第一类贝塞尔函数. 由于柱面曲率的影响,对于特定的方位,有部分单元对于整体的辐射方向图没有贡献. 所以对于不同的方位角,参与辐射/接收的单元数目是不同的. 经过单元方向图的空间旋转变换和极化旋转变换后当单元方向图的 $g_{\theta}(\theta, \phi)$ 和 $g_{\phi}(\theta, \phi)$ 分量均为 0 时,我们认为该阵元被遮蔽. 当阵元数 $N=15$, $\theta_0=60^\circ$ 时,表 1 说明了载体遮蔽效应随扫描角的变化,表中 代表参与辐射/接收, 代表不参与辐射/接收.

表 1 载体遮蔽效应随扫描角的变化

角度	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
-90°															
-80°															
-70°															
-60°															
-50°															
-40°															
-30°															
-20°															
-10°															
0°															
10°															
20°															
30°															
40°															
50°															
60°															
70°															
80°															
90°															

从表 1 的结果中,我们可以看出圆柱面共形天线的轴对称特性,同时也验证了本文单元方向图空间旋转变换和极化旋转变换的有效性和正确性.

7 结束语

针对共形天线阵列流形建模中单元极化方向图旋转变换的难题,论文利用欧拉旋转变换构建了共形天线阵列全局直角坐标系到阵元局部直角坐标系旋转变换的统一框架,并以此为基础实现了共形天线单元极化方向图的全局旋转变换,从而建立了共形天线阵列流形的数学模型. 通过共形天线载体遮蔽效应的模拟验证了本文单元方向图空间旋转变换和极化旋转变换的有效性和正确性. 论文给出的阵列流形的建模方法为共形天线阵列流形的分析讨论和共形天线阵列信号处理算法(如高分辨波达方向估计、方向图综合以及空时二维信号处理等)的设计、分析和移植奠定了理论基础.

参考文献:

- [1] L Josefsson, P Persson. Conformal array antenna theory and design [M]. Canada: Wiley-IEEE Press, 2006.
- [2] H Krim, M Viberg. Two decades of array signal processing research: the parametric approach [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1996, 13(4): 67 - 94.
- [3] S Haykin, J P Reilly, V Kezys, E Vertatschitsch. Some aspects of array signal processing [J]. IEE Proceedings-F, 1992, 139(1): 1 - 26.
- [4] T E Morton, K M Pasala. Pattern synthesis of conformal arrays for airborne vehicles [A]. Proceedings of IEEE 2004 Aerospace Conference [C]. Big Sky, Montana, IEEE, 2004. 1030 - 1039.
- [5] T F J Girvan, V F Fusco, A. Roberts. A method for calculating the radiation pattern of a nonplanar conformal array [A]. Proceedings of 6th IEEE High Frequency Postgraduate Student Colloquium [C]. Cardiff School of Engineering, Cardiff University, UK, 2001. 111 - 118.
- [6] Burger H A. Use of Euler-Rotation angles for generating antenna patterns [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1995, 37(2): 56 - 63.
- [7] Milligan T. More applications of Euler rotation angles [J]. IEEE Antennas and Propagation Magazine, 1999, 41(4): 78 - 83.
- [8] James J R, Hall P S, Wood C. Microstrip antenna theory and design [M]. New York: Peter Peregrinus, 1981.

作者简介:

王布宏 男, 1975 年生于山西太原, 副教授, 博士(后), 已发表论文 40 多篇, 其中进入 SCI、EI 等三大索引的论文 30 多篇. 主要研究领域为: 阵列信号处理、阵列校正等. E-mail: wbhcx@yahoo.com.cn

郭英 女, 1961 年生于山西临汾, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为: 通信信号处理、自适应信号处理等.

E-mail: Guoying_dsp@sina.com